

Model de test pentru Bacalaureat 2006

Programa M1. Proba D. Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filiera tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze lungimea segmentului AB , dacă $A(1, 1, 0)$ și $B(1, 0, 1)$.
- (4p) b) Să se determine semnul numărului $\sin 5$.
- (4p) c) Să se calculeze partea reală a numărului $\frac{1}{2 + 3i}$.
- (4p) d) Să se calculeze distanța de la punctul $A(1, 1)$ la dreapta $x + y + 2 = 0$.
- (2p) e) Să se calculeze aria triunghiului cu laturile de 5, 6 și 7.
- (2p) f) Să se determine ecuația tangentei la elipsa $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$, în punctul $A(2, 1)$.

SUBIECTUL II (30p)

- (3p) 1. a) Dacă funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este $f(x) = 3 - x$, să se calculeze $(f \circ f \circ f)(1)$.
- (3p) b) Să se determine câte submulțimi ale mulțimii $\{1, 2, 3, 4\}$ au cel puțin trei elemente.
- (3p) c) Să se calculeze probabilitatea ca un element din inelul \mathbb{Z}_4 să fie inversabil față de înmulțire.
- (3p) d) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x + 3^x = 5$.
- (3p) e) Să se calculeze suma $1 + 2 + 3 + \dots + 100$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^7$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) d) Să se determine numărul punctelor de inflexiune ale graficului funcției f .
- (3p) e) Să se determine numărul punctelor de extrem local ale funcției f .

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și mulțimea $C(A) = \{X \in M_2(\mathbb{C}) | XA = AX\}$.

(4p) a) Să se calculeze determinantul matricei A .

(4p) b) Să se calculeze rangul matricei A .

(4p) c) Să se determine $a, b \in \mathbb{C}$, astfel încât $A \cdot \begin{pmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{pmatrix} = I_2$.

(2p) d) Să se arate că, dacă $U, V \in C(A)$, atunci $U \cdot V \in C(A)$.

(2p) e) Să se arate că, dacă $X \in C(A)$, atunci există $a, b \in \mathbb{C}$ astfel încât $X = \begin{pmatrix} a & b \\ 2b & a \end{pmatrix}$.

(2p) f) Să se arate că, dacă $Y \in C(A)$ și $Y^2 = O_2$, atunci $Y = O_2$.

(2p) g) Să se arate că, dacă $Z \in C(A)$ și $Z^{1986} = O_2$, atunci $Z = O_2$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \arccos(\cos x)$ și $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \int_0^x f(t)dt$.

(4p) a) Să se verifice că $f(x + 2\pi) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

(4p) b) Să se calculeze suma $f(0) + f(\pi) + f(2\pi) + \dots + f(2005\pi)$.

(4p) c) Să se calculeze $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

(2p) d) Să se verifice că $F(x) = \frac{x^2}{2}$, $\forall x \in [0, \pi)$.

(2p) e) Să se arate că $0 \leq f(x) \leq \pi$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

(2p) f) Să se arate că orice primitivă a funcției f este strict crescătoare pe \mathbb{R} .

(2p) g) Să se calculeze $F(2\pi)$.