

Model de test pentru Bacalaureat 2006

Programa M2. Proba D. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializarile, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Programa M2. Proba F. Filiera vocațională, profil Artistic, sp.: Arhitectură, arte ambientale și design ; profil Militar sp. Științe sociale. Filiera teoretică, sp. Științe sociale

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul $A(1, 1)$ la punctul $B(2, 2)$.
- (4p) b) Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctele $A(1, 1)$ și $B(2, 2)$.
- (4p) c) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime $\sqrt{3}$.
- (4p) d) Să se calculeze conjugatul numărului complex $2 + 3i$.
- (2p) e) Să se calculeze $\cos^2 1 + \sin^2 1$.
- (2p) f) Dacă în triunghiul ABC , $AB = 2$, $AC = 3$ și $m(\angle BAC) = \frac{\pi}{3}$, să se calculeze BC .

SUBIECTUL II (30p)

- (3p) 1. a) Să se determine câte funcții $f : \{a, b\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ au proprietatea $f(a) < f(b)$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element n din mulțimea $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $n^2 < n!$.
- (3p) c) Să se determine câte soluții reale are ecuația $2^x + 2 = 0$.
- (3p) d) Să se calculeze suma $1 + 5 + 9 + 13 + \dots + 49$.
- (3p) e) Dacă funcțiile $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ și $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sunt $f(x) = 2x + 3$ și $g(x) = 3x + 2$, să se calculeze $(g \circ f)(-1)$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x), x \in (0, \infty)$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se determine numărul de asimptote verticale ale graficului funcției f .
- (3p) d) Să se calculeze $\int_0^1 e^x dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 3}{3n + 2}$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și

polinomul $f = X^2 - 6X + 5$.

- (4p) a) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $f(x) = 0$.
- (4p) b) Să se calculeze determinantul matricei A .
- (4p) c) Să se calculeze matricea A^2 .
- (2p) d) Să se verifice că $f(A) = O_2$. (Prin $f(A)$ înțelegem matricea $A^2 - 6A + 5I_2$)
- (2p) e) Să se rezolve sistemul $\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ 2x + 3y = 0 \end{cases}$, unde $x, y \in \mathbb{R}$.
- (2p) f) Să se arate că restul împărțirii polinomului g la polinomul f este $\frac{5^n - 1}{4}X + \frac{5 - 5^n}{4}$.
- (2p) g) Să se arate că $A^n = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 5^n + 1 & 5^n - 1 \\ 5^n - 1 & 5^n + 1 \end{pmatrix}, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$, $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x), x \in [0, \infty)$.
- (4p) b) Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe intervalul $[0, \infty)$.
- (4p) c) Să se verifice că $f(\sqrt{2}) = \sqrt{2}$.
- (2p) d) Să se arate că, dacă $x, y \in (0, \infty)$, $x \neq y$, atunci

$$|f(x) - f(y)| < |x - y|.$$

- (2p) e) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.
- (2p) f) Să se determine ecuația asimptotei la graficul funcției f către $+\infty$.
- (2p) g) Să se arate că $|\frac{p}{q} - \sqrt{2}| > |\frac{p+2q}{p+q} - \sqrt{2}|, \forall p, q \in \mathbb{N}^*$.